Universidad Simón Bolívar

Departamento de Física

SEGUNDO PARCIAL DE FÍSICA II

Septiembre-Diciembre 2018

Sartenejas, 28 de Noviembre de 2018.

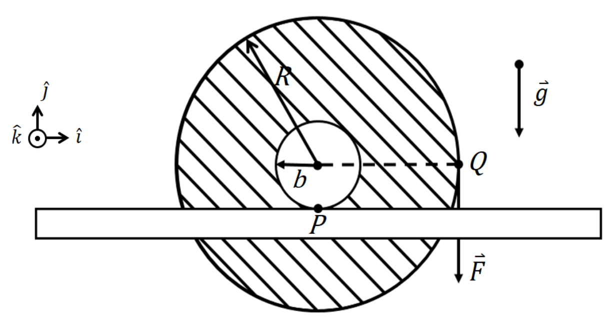
Apellidos y Nombres:______________________________ Nro. de Carné:__________ Sección:_____

Instrucciones

- ✓ Escriba todos sus datos en los renglones indicados arriba, luego verifique que este parcial contiene 4 páginas, y coloque su número de carné en la esquina inferior derecha de cada página.
- ✓ Lea detenidamente cada pregunta y al responder sea cuidadoso(a), conciso(a) y ordenado(a).
- ✓ Esta evaluación consta de 10 preguntas y tiene una ponderación de 35 puntos. Además, está conformado por dos partes: Ocho preguntas de Selección Simple y una pregunta de Desarrollo.
- ✓ Dentro de las opciones de la Selección Simple hay una única respuesta, por lo que debe seleccionar una sola opción. Cada respuesta debe estar justificada correctamente, de no estarlo no tendrá validez.
- ✓ En preguntas numéricas use $|\vec{g}| = 10\,\frac{m}{s^2}$ y considere $\widehat{\imath}, \widehat{\jmath}$ y $\widehat{k}$ forman un conjunto de vectores ortogonales entre sí, tal que su orientación derecha, es decir, $\widehat{k} = \widehat{\imath} \times \widehat{\jmath}$. El momento de inercia de una esfera y un disco, ambos con masa M y radio R, son $\frac{2}{5}MR^2$ y $\frac{1}{2}MR^2$, respectivamente. El momento de inercia de una barra de masa M y longitud L entorno a su centro de masa es $\frac{1}{12}ML^2$.

Preguntas:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos:	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$12^1/_2$	35
Acumulado:											

Planteamiento A: Un objeto de masa M = 4Kg y radio R = 40 cm tiene una perforación en su centro de radio b = 20 cm, siendo su momento de inercia $I = \frac{3}{2}Mb^2$. El objeto tiene forma de carrete de hilo y rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, en contacto con el punto P, siendo los coeficientes de roce estático y dinámico $\mu_e = \frac{24}{35}$ y $\mu_d = \frac{6}{55}$, respectivamente. El objeto rueda con una aceleración angular $\vec{\alpha} = -15\widehat{k}\,\frac{rad}{s^2}$ cuando se aplica una fuerza vertical $\vec{F}$ (con valor desconocido a priori) en el punto Q, tal como se muestra en la figura adjunta. Sobre la base de este planteamiento responda las siguientes preguntas:



1. ($2^1/_2$ puntos) La aceleración del centro de masa del objeto viene dada por:

( ) $+6\hat{\imath}\,\frac{m}{s^2}$

(X) $+3\hat{\imath}\,\frac{m}{s^2}$

( ) $-6\hat{\imath}\,\frac{m}{s^2}$

( ) $-3\hat{\imath}\,\frac{m}{s^2}$

( ) Ninguna de las anteriores.

$$\vec{A}_{CM} = \vec{\alpha} \times \vec{r}_{CM/P} = \left(-15\hat{k}\,\frac{rad}{s^2}\right) \times \left(\frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}}m\,\hat{\jmath}\right) =$$

$$+15 \cdot \frac{1}{5}\,\frac{m}{s^2} \longrightarrow \boxed{\vec{A}_{CM} = +3\hat{\imath}\,\frac{m}{s^2}}$$

2. ($2^1/_2$ puntos) La fuerza de roce (el vector) ejercida por la superficie viene dada por:

(X) $+12\hat{\imath}\,N$

( ) $+24\hat{\imath}\,N$

( ) $-12\hat{\imath}\,N$

( ) $-3\hat{\imath} - 24$

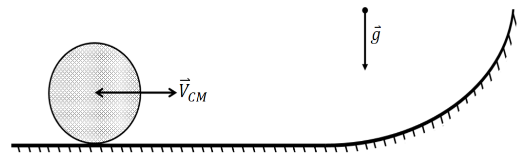
( ) Ninguna de las anteriores.

2^{da} Ley de Newton:

$$f_{re} = M \cdot A_{CM} = (4Kg)\left(3\frac{m}{s^2}\right) = 12\text{N}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{f}_{re} = 12\hat{\imath}\,\text{N}}$$

3. ($2^1/_2$ puntos) Un disco homogéneo, de radio R y masa M, rueda sin deslizar por una pista como se muestra en la figura adjunta, por lo que hay fricción sobre toda la pista. Inicialmente, el disco se encuentra en la horizontal de la pista y presenta una rapidez en su centro de masa $V_{CM} = \sqrt{2gR}$. La altura que alcanza el centro de masa del dsico cuando ha montado la rampa es:



( ) Exactamente $\frac{3}{2}R$

( ) Menor que R

( ) Mayor que R

(X) Exactamente $\frac{5}{2}R$

( ) Ninguna de las anteriores.

$$\mathrm{E}_A = \mathrm{E}_B \;\rightarrow\; \frac{1}{2}\cdot I_A\omega_A^2 + MgR = Mgh$$

$$\rightarrow\; h = \frac{1}{2}\cdot\frac{I_A\omega_A^2}{Mg} + R$$

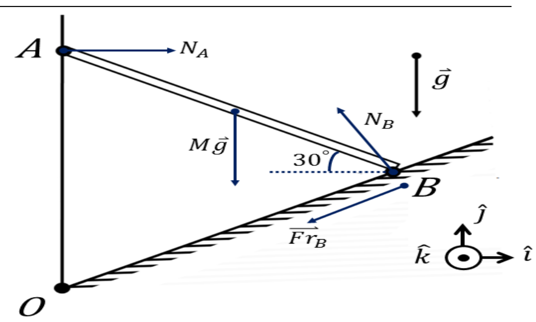
$$\rightarrow\; h = \frac{\left(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2\right)}{2Mg}\cdot\frac{V_{CM}^2}{R^2} + R =$$

$$= \frac{3}{4}\cdot\frac{V_{CM}^2}{g} + R$$

$$\rightarrow\; h = \frac{3}{4}\cdot\frac{2\cancel{g}R}{\cancel{g}} + R = \left(\frac{3}{2}+1\right)R = \frac{5}{2}R$$

$$\rightarrow\; \boxed{h = \frac{5}{2}R}$$

Planteamiento B: Una tabla homogénea de masa M y longitud L se encuentra apoyada, en sus extremos A y B, según lo indicado en la figura adjunta. La pared (es decir, el segmento de recta $\overline{OA}$) no presenta fricción con la tabla, mientras que la superficie inclinada (es decir, el segmento de recta $\overline{OB}$) presenta un coeficiente de roce con la tabla de $\mu_e = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Suponga que el triángulo $\widehat{AOB}$ es equilátero. Sobre la base de este planteamiento responda las dos preguntas siguientes:



4. ($2^1/_2$ puntos) La intensidad de la fuerza que ejerce la pared sobre la tabla viene dada por:

( ) Exactamente $\frac{1}{4}Mg$

( ) $\frac{\sqrt{3}}{4}Mg$

( ) $\sqrt{3}Mg$

(X) Exactamente $\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$

( ) Ninguna de las anteriores.

$$\vec{\tau}_{\text{Neto/B}} = \vec{0} \;\rightarrow\; \vec{\tau}_{\mathrm{N}_A} + \vec{\tau}_{\text{Mg}} = \vec{0}$$

$$\rightarrow\; -\mathrm{N}_A L \operatorname{sen} 30 + Mg\tfrac{L}{2}\cos 30 = 0$$

$$\rightarrow\; \mathrm{N}_A = Mg\frac{\cancel{L}\cos 30}{2\cancel{L}\operatorname{sen} 30}$$

$$\rightarrow\; \mathrm{N}_A = \frac{Mg}{2\tan 30} = \frac{Mg}{2\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}Mg}{2}$$

$$\rightarrow\; \boxed{\mathrm{N}_A = \frac{\sqrt{3}}{2}Mg}$$

5. ($2^1/_2$ puntos) La intensidad de la fuerzade roce que ejerce la superficie inclinada a la tabla viene dada por:

( ) $\frac{1}{4}Mg$

(X) $\frac{\sqrt{3}}{4}Mg$

( ) $\frac{3}{4}Mg$

( ) $\frac{\sqrt{3}}{3}Mg$

( ) Ninguna de las anteriores.

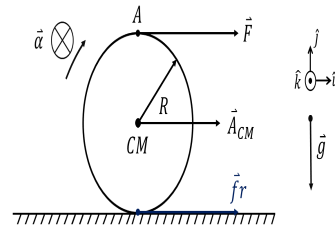
$$2^{\text{da}}\text{ Ley de Newton: } \mathrm{N_A}\operatorname{sen} 30 - Mg\cos 30 - fr_B = 0$$

$$\rightarrow\; fr_B = \mathrm{N_A}\operatorname{sen} 30 - Mg\cos 30$$

$$\rightarrow\; fr_B = \frac{\sqrt{3}}{2}Mg\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}Mg = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)Mg$$

$$\rightarrow\; fr_B = -\frac{\sqrt{3}}{4}Mg \;\rightarrow\; \boxed{|fr_B| = \frac{\sqrt{3}}{4}Mg}$$

Planteamiento C: Enla figura se muestra una esfera de masa M y radio R, la cual rueda deslizando sobre una superficie horizontal; de forma tal que la rapidez (V_{CM}) del centro de masa del objeto y la rapidez angular (ω) de la rueda verifican la condición $V_{\text{CM}} < \omega R$. Suponga que el coeficiente de roce dinámico y estático entre la esfera y la superficie son $\mu_d = \frac{3}{7}$ y $\mu_e = \frac{9}{7}$, respectivamente. A la esfera se le aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$ en el punto A, de magnitud $3Mg$, tal como se muestran en la figura. Sobre la base de este planteamiento responda las tres siguientes preguntas:



6. ($2^1/_2$ puntos) La aceleración angular de la esfera, en magnitud, viene dada por:

(X) $\frac{45g}{7R}$

( ) $\frac{30g}{7R}$

( ) $\frac{24g}{7R}$

( ) $\frac{9}{R}$

( ) Ninguna de las anteriores.

$$\vec{\tau}_{\text{Neto/CM}} = I_{\text{CM}}\vec{\alpha} \;\rightarrow\; \vec{\tau}_{\text{F}} + \vec{\tau}_{\text{fr}} = \frac{2}{5}MR^2\vec{\alpha} \;\rightarrow$$

$$-RF\hat{k} + Rf_r\hat{k} = \frac{2}{5}MR^2\vec{\alpha} \rightarrow \vec{\alpha} = -\frac{5R}{2MR^2}(F - f_r)\hat{k} =$$

$$-\frac{5}{2MR}(3Mg - \mu_d Mg)\hat{k} = -\frac{5g}{2R}(3 - \mu_d)\hat{k}$$

$$\rightarrow\; \vec{\alpha} = -\frac{5g}{2R}\left(3 - \frac{3}{7}\right)\hat{k} = -\frac{5g}{2R}\left(\frac{18}{7}\right)\hat{k} = -\frac{45g}{7R}\hat{k}$$

$$\rightarrow\; \boxed{|\,\vec{\alpha}\,| = \frac{45g}{7R}}$$

7. ($2^1/_2$ puntos) La aceleración del centro de masa de la esfera, en magnitud, viene dada por:

( ) $\frac{30g}{7}$

( ) g

(X) $\frac{24g}{7}$

( ) $\frac{45g}{7}$

( ) Ninguna de las anteriores.

$$\vec{F} + \vec{f}r = M\vec{A}_{CM} \;\rightarrow\; F + \mu_d Mg = MA_{CM}$$

$$\rightarrow\; A_{CM} = \frac{F}{M} + \mu_d\, g \;\rightarrow\; A_{CM} = \frac{3\cancel{M}g}{\cancel{M}} + \frac{3}{7}g$$

$$\rightarrow\; 3\left(1 + \frac{1}{7}\right)g = \frac{24}{7}g$$

$$\rightarrow\; \boxed{A_{CM} = \frac{24}{7}g}$$

8. ($2^1/_2$ puntos) La fuerza de roce (vector) que ejerce la superficie a la esfera, viene dada por:

( ) $-\frac{9}{7}Mg\hat{\imath}$

(X) $+\frac{3}{7}Mg\hat{\imath}$

( ) $+\frac{9}{7}Mg\hat{\imath}$

( ) $-\frac{3}{7}Mg\hat{\imath}$

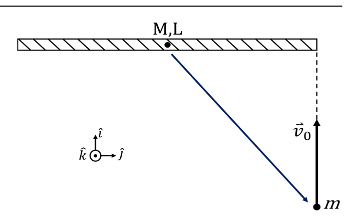
( ) Ninguna de las anteriores.

$$\vec{f}r = \mu_d Mg\hat{\imath} = \frac{3}{7}Mg\hat{\imath}$$

Como $\vec{v}_p = (V_{CM} - \omega R)\,\hat{\imath}$ y $V_{CM} < \omega R$ entonces $\vec{v}_p$ es opuesto a la velocidad del centro de masa; por lo que la fuerza de roce dinámica es opuesta a la velocidad de $\vec{v}_p$ (p es el punto de contacto de la esfera con el suelo).

---

9. ($2^1/_2$ puntos) Considere un sistema formado por una barra y una esfera. La barra, de masaM y longitud L, se encuentra fija en su centro de masa e inicialmente en reposo y dispuesta horizontalmente, como se muestra en la figura adjunta. Por otra parte, la esfera de masa $m = \frac{2}{3}M$ se mueve inicialmente con rapidez v_0, y realiza un choque completamente inelástico en el extremo derecho de la barra. La velocidad angular del sistema después de la colisión es:



( ) $\frac{2v_0}{L}$

( ) $\frac{v_0}{L}$

(X) $\frac{4v_0}{3L}$

( ) $\frac{4v_0}{L}$

( ) Ninguna de las anteriores.

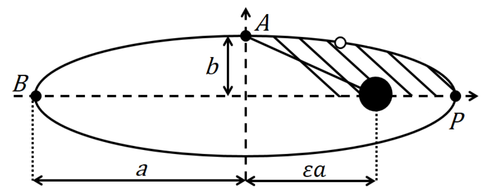
$$\vec{L}_0 = \vec{L}_f \;\rightarrow\; mv_0\frac{L}{2}\hat{k} = I\vec{\omega} \;\rightarrow\; \vec{\omega} = \frac{mv_0 L}{2I}\hat{k}$$

$$\rightarrow\; \vec{\omega} = \frac{mv_0 L\hat{k}}{2\left(m\frac{L^2}{4} + \frac{1}{12}mL^2\right)} = \frac{\cancel{2}\frac{}{3}\cancel{m}v_0\hat{k}}{\cancel{2}\left(\frac{2}{12} + \frac{1}{12}\right)\cancel{m}L}$$

$$\rightarrow\; \frac{\frac{1}{3}v_0\hat{k}}{\frac{3}{12}L} = \frac{4v_0}{3L}\hat{k} \;\rightarrow\; \boxed{|\,\vec{\omega}\,| = \frac{4v_0}{3L}}$$

Problema de desarrollo

10. El planeta tierra gira en órbita elíptica alrededor del sol, tal como se muestra en la figura adjunta. Considere que las masas de la tierra y del sol vienen dadas, respectivamente, por m y M. Sea $\epsilon = 1/4$ y a la excentricidad y longitud del semi-eje mayor de la órbita elíptica, respectivamente. Suponga que la única interacción presente entre el planeta y el sol es la gravitacional Sobre la base de este planteamiento responda:



   (a) ($2^1/_2$ puntos) Determine la longitud b del semi-eje menor.

   (b) (2 puntos) Determine el momento angular del sistema en el punto B mostrado en la figura.

   (c) (4 puntos) Calcule la energía mecánica del sistema tierra sol cuando la tierra se encuentra en el punto A, mostrado en la figura. Suponga que a grandes distancias (es decir, $r \rightarrow \infty$) la energía potencial gravitatoria es nula.

   (d) (4 puntos) Calcule el tiempo que tarda el planeta tierra en ir desde el perigeo P hasta el punto A, indicado en la figura adjunta.

(a) $a^2 = b^2 + \epsilon a^2 \;\rightarrow\; b^2 = (1-\epsilon^2)a^2 = \left(1 - \frac{1}{16}\right)a^2 = \frac{15}{16}a^3 \;\rightarrow\; \boxed{b = \frac{\sqrt{15}}{4}a}$

(b) $L = \sqrt{mkp}; \quad k = GMm; \quad p = \frac{b^2}{a} = \frac{\frac{15}{16}a^2}{a} = \frac{15}{16}a$

$$\rightarrow\; L = \sqrt{mGMm\frac{15}{16}a} = \frac{\sqrt{15GMm^2a}}{4} \;\rightarrow\; \boxed{\vec{L} = \frac{\sqrt{15GMm^2a}}{4}\,\hat{k}}$$

(c) $E = K_r + U_{ef} = \left[\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{k}{r}\right]_{r_p} = \frac{L^2}{2mr_p^2} - \frac{k}{r_p}$; donde $r_p = a(1-\epsilon) = a\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}a$

$$\rightarrow\; E = \frac{15GMm^2a}{32m\frac{9a^2}{16}} - \frac{GMm}{\frac{3a}{4}} = \frac{5GMm}{6a} - \frac{4GMm}{3a} = -\frac{3GMm}{6a} \;\rightarrow\; \boxed{E = -\frac{GMm}{2a}}$$

(d) $A = \frac{L}{2m}t \;\rightarrow\; t = \frac{2mA}{L} = \frac{2m}{L}\left(\frac{\pi ab}{4} - \frac{8ab}{2}\right) = \frac{2mab}{4L}(\pi - 2\epsilon) = \frac{2mab}{4L}\left(\pi - \frac{1}{2}\right) = \frac{2mab}{8L}(2\pi - 1)$

$$\rightarrow\; t = \frac{2\sqrt{15}ma^2}{32L}(2\pi-1) = \frac{2\cancel{\sqrt{15}}ma^2(2\pi-1)}{\frac{32}{4}\cancel{\sqrt{15}}\sqrt{GMm^2a}} = \frac{2(2\pi-1)}{8\sqrt{GM}}a^{3/2} \;\rightarrow\; \boxed{t = \frac{(2\pi-1)}{4\sqrt{GM}}a^{3/2}}$$